

ЛАЗЕРНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ ГРАВИТОНОВ В ИЗОТРОПНОМ ДИЭЛЕКТРИКЕ

К.ф.-м.н., доцент Бурундуков А.С., ДВТГУ, Владивосток

Впервые идея создания гравитационного лазера – источника когерентного гравитационного излучения была высказана У.Х. Копвиллемом и В.Р. Нагибаровым еще в середине 60-х гг. прошлого века [1-2]. Новый «сверхсветовой» квантовый эффект распада гравитона в изотропном диэлектрике на два фотона исследовался в работах [3-5]. Бурное развитие квантовой электроники и волоконной оптики во второй половине XX века, а также выход на интенсивности импульсного излучения сверхмощного лазера порядка 10^{20} Вт/см², что на четыре порядка превышает атомную интенсивность, соответствующую напряженности электрического поля в атоме и равную $5 \cdot 10^9$ В/см, позволяет по новому взглянуть на проблему генерации когерентного гравитационного излучения и оценить возможности экспериментальной регистрации гравитонов.

Из уравнения гравитационного поля в пустом пространстве

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 0,$$

где $g_{\mu\nu}$, $R_{\mu\nu}$ и R – метрический тензор, тензор Риччи и его свертка соответственно, или эквивалентного ему уравнения

$$R_{\mu\nu} = 0$$

в приближении слабого поля, когда метрика пространства-времени близка к метрике Минковского $\eta_{\mu\nu}$

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} - h_{\mu\nu},$$

следует волновое уравнение для гравитационного поля

$$\square h_{\mu\nu} = 0,$$

частным решением которого является уравнение плоской волны

$$h_{\mu\nu}(z) = h e_{\mu\nu} \exp(ig_{\lambda} x^{\lambda}) + h e^{\mu\nu} \exp(-ig_{\lambda} x^{\lambda}),$$

где h и g_{λ} – амплитуда и 4-импульс гравитационной волны, а $e_{\mu\nu}$ – ее тензор поляризации. Условие равенства нулю следа симметричного тензора $e_{\mu\nu}$ вместе с координатными условиями Гильберта или условием гармоничности де Дондера-Фока уменьшает число независимых компонент с десяти до пяти, а калибровочная инвариантность оставляет независимыми только две поперечные компоненты тензора поляризации, соответствующие двум возможным спиральностям безмассового гравитона с проекциями спина на направление движения ± 2 .

В вакууме, при отсутствии внешних полей, в силу калибровочной инвариантности уравнений гравитационного поля и закона сохранения энергии-импульса ни генерация гравитационного излучения, ни электромагнитный распад гравитонов невозможны. В однородном изотропном диэлектрике из

закона сохранения энергии импульса без учета дисперсии условие волнового синхронизма позволяет установить связь между значениями 4-импульсов фотонов k_1 и k_2 и гравитона g . В покоящейся диэлектрике эта связь выражается в виде уравнения эллипса в полярной системе координат

$$k = \frac{\frac{\omega}{2n}(n^2-1)}{1 - \frac{1}{n} \cos \phi}$$

с эксцентриситетом $\varepsilon = 1/n$, где θ_α – угол между 3-импульсами \mathbf{k}_α ($\alpha = 1, 2$) и \mathbf{g} . Для двух антиколлинеарных фотонов связь между их импульсами и импульсом гравитона выражается соотношениями

$$k_1 = \frac{n+1}{2} g \quad \text{и} \quad k_2 = \frac{n-1}{2} g$$

Рассчитать интенсивность гравитационного излучения, создаваемого встречными лазерными пучками, распространяющимися вдоль оси z можно, исходя из общековариантных уравнений Максвелла в искривленном пространстве или из уравнения Гильберта-Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} = \frac{16\pi G}{c^4} \Theta_{\mu\nu} = \frac{16\pi G}{c^4} \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} T^\lambda{}_\lambda \right),$$

которое в первом порядке теории приводит к уравнению

$$\square h_{\mu\nu} = \frac{16\pi G}{c^4} \Theta_{\mu\nu} \quad (1)$$

Рассмотрим стационарный случай, когда непрерывное когерентное излучение опорного лазерного луча с импульсом $k_1 = (n+1)g$ распространяется вдоль оси z из начала координат в $+\infty$, а встречный импульс $k_2 = (n-1)g$ – из $+\infty$ в 0 . Гравитоны, рождающиеся в результате взаимодействия фотонов, будут распространяться вдоль оси z в положительном ее направлении, а амплитуда гравитационного излучения будет функцией координаты z .

Тензор энергии-импульса плоской электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси z в вакууме [6]

$$T_{\mu\nu} = \frac{Wc^2}{\omega^2} k_\mu k_\nu \quad (2)$$

где W – плотность энергии электромагнитной волны

$$W = \frac{1}{8\pi} (E^2 + H^2) = \frac{E^2}{4\pi}$$

В вакууме $k_\mu = \left(\frac{\omega}{c}, \mathbf{k} \right)$, где $\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \mathbf{e}_k$, где \mathbf{e}_k – единичный вектор в направлении распространения плоской электромагнитной волны, поэтому легко проверить, что свертка тензора $T^\lambda{}_\lambda$ равна нулю и процесс генерации гравитонов невозможен.

Чтобы не увязнуть в схоластических спорах о преимуществах или недостатках несимметричного тензора энергии-импульса Минковского для электромагнитного поля в диэлектрике и симметричного тензора энергии-импульса Абрагама, используем выражение (1) для того, чтобы описать плоскую монохроматическую волну в диэлектрике, заменив 4-импульс фотона в вакууме на 4-импульс Минковского в среде

$$k_{\mu} = \left(\frac{\omega}{c}, n \frac{\omega}{c} e_k \right) .$$

Тогда для плоской электромагнитной волны из (2) мы получим симметричный тензор, но уже с ненулевым следом

$$T^{\lambda}_{\lambda} = - (n^2 - 1) W ,$$

причем компоненты тензора $\Theta_{\mu\nu}$ для плоской электромагнитной волны в среде, распространяющейся вдоль оси z запишутся как

$$\Theta_{\mu\nu} = \begin{vmatrix} \frac{n^2+1}{2} W & 0 & 0 & nW \\ 0 & -\frac{n^2-1}{2} W & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{n^2-1}{2} W & 0 \\ nW & 0 & 0 & \frac{n^2+1}{2} W \end{vmatrix}$$

Решение стационарного уравнения электромагнитной генерации когерентного монохроматического гравитационного излучения

$$\square h_{\mu\nu}(z) = \frac{16\pi G}{c^4} (n^2 - 1) \Theta_{\mu\nu}$$

тривиально и при начальном условии $h(0) = 0$ записывается в виде

$$h(z) = \frac{8\pi G}{c^4} (n^2 - 1) W z^2 .$$

Уравнение (1) не содержит информации о поляризации исходного электромагнитного излучения, поэтому требуются дополнительные соображения по этому поводу. Представляется очевидным, что поляризации лазерных пучков должны быть круговыми и противоположными, например, если опорный пучок является левополяризованным, то встречный должен быть правополяризованным, так как только в этом случае мы получим поток левополяризованных гравитонов со спиральностью 2.

Псевдотензор энергии-импульса плоской монохроматической гравитационной волны, распространяющейся вдоль оси z [7]

$$t_{\mu\nu} = \frac{c^4}{16\pi G} k_{\mu} k_{\nu} h^2(z) (e_{11^2} + e_{12^2})$$

Его компонента t_{00}

$$t_{00} = \frac{c^2}{16\pi G} \omega^2 h^2(z) = \frac{4\pi G}{c^6} (n^2 - 1)^2 W^2 z^4 \omega^2$$

представляет собой плотность энергии гравитационного излучения. Приравняв плотность потока гравитационной энергии плотности потока гравитонов с энергией $\hbar\omega$

$$\frac{4\pi G}{c^5} (n^2 - 1)^2 W^2 z^4 \omega^2 = n_g \hbar \omega$$

можем рассчитать плотность потока гравитонов в оптоволокне на расстоянии z

$$n_g = \frac{(n^2 - 1)^2 G}{4\pi \hbar c^5} E^4 z^4 \omega = \frac{16\pi (n^2 - 1)^2 G}{n^2 \hbar c^7} I_1 I_2 z^4 \omega$$

где E – напряженность электрического поля, а I_1 и I_2 – интенсивности лазерного излучения частот ω_1 и ω_2 соответственно, поэтому оценка для оптических частот ($\omega \sim 10^{15}$ Гц) в системе СГС составляет

$$n_g = 2,072 \cdot 10^{-19} (n^2 - 1)^2 E^4 z^4 \quad (3)$$

Анализ формулы (3) позволяет надеяться на генерацию достаточно плотных потоков гравитонов при разумных размерах установки и мощностей лазерного излучения для последующей регистрации гравитонов по эффектам их двухфотонного распада.

Использование лазерных пучков одной и той же поляризации позволит на той же установке осуществить поиск аксионов – скалярных частиц с малой массой, также распадающихся на два фотона.

Литература

1. Копвиллем У.Х., Нагибаров В.Р. Инерционное эхо и когерентные гравитационные волны. Письма в ЖЭТФ, 1965, т. 2, вып. 12, с. 529-533.
2. Копвиллем У.Х., Нагибаров В.Р. Генерация гравитационного луча в непрерывном режиме. ЖЭТФ, 1969, т. 56, вып. 2, с. 201-214.
3. Бурундуков А.С. Гравитационные шумы в океане. Динамические процессы в океане и атмосфере. Владивосток, ДВНЦ АН СССР, 1981, с. 56-66.
4. Гальцов Д.В., Грац Ю.В., Петухов В.И. Излучение гравитационных волн электродинамическими системами. М.: Изд-во МГУ, 1984, 128 с.
5. Бурундуков А.С. Взаимодействие гравитонов высоких энергий с фермионами. Владивосток: Изд-во ДВО РАН, 1993, 106 с.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1988, 508 с.
7. Вейнберг С. Гравитация и космология. Принципы и приложения общей теории относительности. М.: Мир, 1975, 696 с.